

پاسخنامه تشریحی

۱

الف

نادرست

ب

درست

پ

نادرست

۲ گزینه ۳،

۳

$$S = \frac{(2 + 6) \times 100}{2} = 400 N \cdot s \quad S = \Delta p$$

$$\Delta p = m \Delta v \quad 400 = 100(v - 0) \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

۴

الف

از صفر تا ۵s اندازه سرعت کاهش می‌یابد و حرکت کندشونده است. به عبارت دیگر در این بازه زمانی $v < 0$ و $a > 0$ است. بنابراین حرکت کندشونده است و در بازه زمانی ۵s تا ۲۰s، اندازه سرعت رو به افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. به عبارت دیگر در این بازه زمانی $v > 0$ و $a > 0$ است. پس حرکت تندشونده است.

ب

با توجه به داده‌های روی نمودار، شتاب متوسط را در هر بازه زمانی به دست می‌آوریم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-10)}{5 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{20 - 5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

علامت مثبت شتاب نشان می‌دهد که شتاب در جهت محور x است و شیب نمودار سرعت - زمان ثابت است، بنابراین اندازه و جهت شتاب برای بازه‌های زمانی مختلف یکسان است.

۵

الف

$$\Delta x = \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) t \Rightarrow \frac{15}{100} = \left(\frac{250 + 50}{2} \right) t$$

$$\frac{15}{100} = 150t \Rightarrow t = \frac{1}{1000} s$$

ب

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5 - 250}{\frac{1}{1000}} = -2 \times 10^5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 2 \times 10^5 \frac{m}{s^2}$$

۶

الف

چون نیروی عمودی از سطح وزن واقعی بزرگ‌تر است، بنابراین شتاب به سمت بالا است:

$$F_N = m(g + a) \Rightarrow 640 N = (40 kg) \left(10 \frac{m}{s^2} + a \right)$$

$$\Rightarrow 16 \frac{m}{s^2} = 10 \frac{m}{s^2} + a \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

ب

وزن برابر با $W = mg = 40 kg \times 10 \frac{m}{s^2} = 400 N$ است؛ بنابراین F_N در این حالت برابر با وزن واقعی است؛ پس شتاب در این حالت صفر است.

۷ اگر دو متحرک هم جهت حرکت کنند داریم:

$$(1) \quad v_1 - v_2 = \frac{l}{\Delta t} = \frac{300}{60} = 5$$

و اگر دو متحرک خلاف جهت هم حرکت کنند داریم:

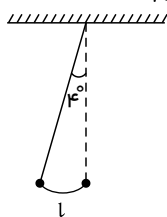
$$(۲) \quad v_1 + v_2 = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۷۲۰}{۶۰} = ۱۲$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{matrix} v_1 = ۸٫۵ \\ v_2 = ۳٫۵ \end{matrix} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{۳٫۵}{۸٫۵} = \frac{۷}{۱۷}$$

۸ در ابتدا طول کمانی که گلوله آونگ در این مدت می‌پیماید را می‌یابیم. سپس تندی متوسط گلوله آونگ را محاسبه می‌کنیم.

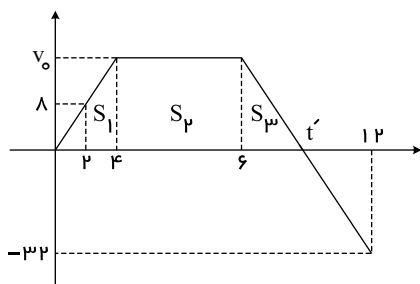
$$l = \frac{۴^\circ}{۳۶۰^\circ} \times \text{محیط} = \frac{1}{90} \times ۲\pi R = \frac{1}{90} \times ۲\pi \times ۸۱ \text{ cm} = \frac{9\pi}{5} \text{ cm} = \frac{9\pi}{500} \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{9\pi}{500} \text{ m}\right)}{\left(\frac{۴۵}{100} \text{ s}\right)} = \frac{9\pi}{5 \times ۴۵} = \frac{\pi}{۲۵} \text{ m/s}$$



۹

با توجه به شکل مقابل، در لحظه t' سرعت صفر می‌شود و به دلیل ادامه حرکت، جهت حرکت عوض می‌شود. جابه‌جایی از لحظه $t = 0$ تا $t = t'$ را S_T می‌نامیم.



$$\frac{v_0}{۴} = \frac{۸}{۲} \Rightarrow v_0 = ۱۶ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

همچنین با توجه به تشابه مثلث t' را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱۶}{t' - ۶} = \frac{۳۲}{۱۲ - t'} \Rightarrow ۲t' - ۱۲ = ۱۲ - t' \Rightarrow t' = ۸ \text{ s}$$

$$S_T = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow S_T = \frac{1}{۲} \times ۴ \times ۱۶ + ۲ \times ۱۶ + \frac{1}{۲} \times ۲ \times ۱۶ \Rightarrow S_T = ۳۲ + ۳۲ + ۱۶ \Rightarrow S_T = ۸۰$$

$$\Delta x = ۸۰ \Rightarrow x_{(۸\text{s})} - x_0 = ۸۰ \xrightarrow{x_0 = -۲۰} x_{(۸\text{s})} - (-۲۰) = ۸۰ \Rightarrow x_{(۸\text{s})} = ۶۰ \text{ m}$$

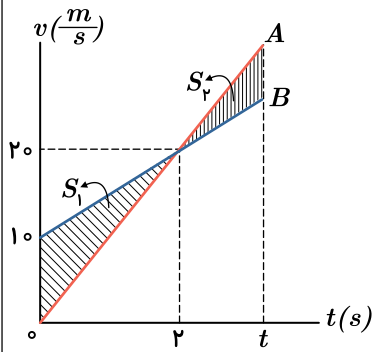
۱۰

$$|\Delta p| = |m\Delta v| \rightarrow |\Delta p| = |۰٫۲(-۱۸ - ۱۲)| \rightarrow |\Delta p| = ۶ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

۱۱

روش اول: می‌توانیم شتاب هر یک از متحرک‌ها را به دست آوریم:

الف



$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{2} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

چون دو متحرک در ابتدا در یک محل بودند و دوباره به هم می‌رسند، جابه‌جایی آنها برابر است:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t$$

$$\Rightarrow 5t^2 + 0 = \frac{5}{2} t^2 + 10t \Rightarrow 2,5t^2 - 10t = 0$$

$$\Rightarrow t(2,5t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4s \end{cases}$$

یعنی دو متحرک بعد از ۴ ثانیه دوباره بهم می‌رسند.

روش دوم: سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است. چون در این سؤال باید جابه‌جایی دو متحرک برابر باشد، در شکل بالا، کافی است دو مثلث مشخص شده در شکل با هم برابر باشند. برای این اتفاق باید $t = 4s$ باشد.

ب

بیشترین فاصله دو متحرک، زمانی است که سرعت آنها برابر می‌شود یعنی در $t = 2s$ بیشترین فاصله را دارند. با توجه به اینکه سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است

و هر دو در ابتدا در یک نقطه بودند، این فاصله برابر مساحت S_1 در شکل است.

$$S_1 = \frac{10 \times 2}{2} = 10m$$

یعنی بیشترین فاصله دو متحرک در این حرکت برابر ۱۰ متر است.

۱۲

الف

نمودار شامل دو قسمت حرکت با شتاب ثابت و حرکت با سرعت ثابت است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 20 + 2 = 42 \frac{m}{s}$$

ب

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 400 + 2 \times 20 = 440m$$

$$\Delta x_2 = v \Delta t \xrightarrow{v=42 \frac{m}{s}} \Delta x_2 = 42 \times 30 = 1260m$$

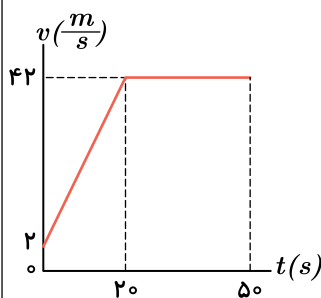
$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 440 + 1260 = 1700m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = x - x_0 \Rightarrow 1700 = x - (-20) \Rightarrow x = 1680m$$

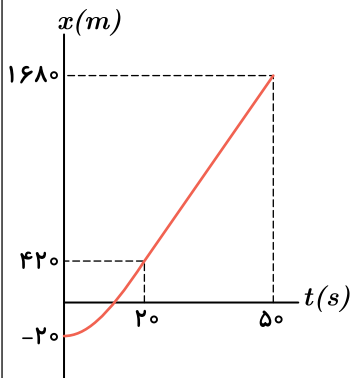
پ

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{1700}{50 - 0} = 34 \frac{m}{s}$$

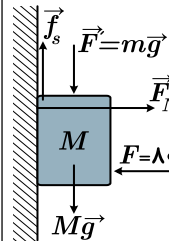
ت



با توجه به نمودار در بازه زمانی صفر تا $20s$ ، نوع حرکت با شتاب ثابت است.



برای رسم نمودار مکان - زمان، در بازه زمانی صفر تا ۲۰s دوچرخه سوار با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} + 2$ حرکت می کند. بنابراین نمودار مکان - زمان آن یک سهمی و از ۲۰s تا ۵۰s حرکت با سرعت ثابت است و نمودار مکان - زمان آن یک خط راست است.



۱۳ الف) در شکل مقابل نیروهای وارد بر M رسم شده است. دقت کنید که F' نیرویی است که m به M وارد می کند و این نیرو هم اندازه وزن m است.

ب) اگر M در آستانه حرکت باشد باید $f_s = f_{s,max} = \mu_s F_N$ باشد، بنابراین باید F_N را در ابتدا به دست آوریم:

$$F_{(net)x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 80N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.2 \times 80 = 16N$$

در راستای yها هم نباید جسم حرکت کند. بنابراین:

$$F_{(net)y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = Mg + mg \Rightarrow 16 = 10 + 10m$$

$$\Rightarrow 10m = 6 \Rightarrow m = 0.6kg$$

۱۴ محل اولیه و نهایی پرنده، لانه است، پس جابه جایی پرنده همان جابه جایی لانه است چون لانه با سرعت قطار حرکت کرده پس سرعت لانه همان سرعت قطار یعنی $20m/s$ است؛ بنابراین سرعت متوسط پرنده همان سرعت حرکت قطار یعنی $20m/s$ است.

۱۵ جابه جایی متحرک در ۲ ثانیه متوالی تشکیل یک دنباله با قدر نسبت $at^2 = 4a$ می دهد.

$$4a = -10 \Rightarrow a = -2.5m/s^2$$

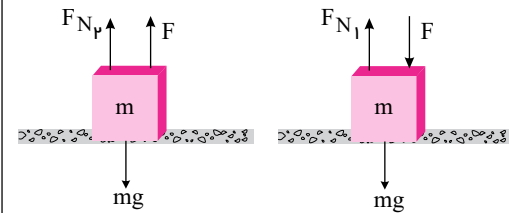
$$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 180 = 0 - \frac{1}{2} \times -2.5 \times t^2$$

$$t^2 = \frac{360}{2.5} = \frac{720}{5} = 144 \Rightarrow t = 12(s)$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=0]{t=12s} 0 = -2.5 \times 12 + v_0 \Rightarrow v_0 = 30m/s$$

$$t = 3 \Rightarrow v = at + v_0 = -2.5 \times 3 + 30 = 22.5m/s$$

۱۶ نیروهای وارد بر کتاب را رسم می کنیم.



۱ حالت : $F_{N1} = F + mg$

۲ حالت : $F_{N1} = mg - F$

$$F_{N1} = 2F_{N2} \Rightarrow F + mg = 2(mg - F) \Rightarrow 3F = mg \Rightarrow F = \frac{1}{3}mg$$

۱۷ شیب نمودار تکانه - زمان برابر با نیروی برآیند وارد بر جسم است، داریم:

$$\left| \vec{F}_{\text{برآیند}} \right| = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[p_1=0, t_1=0s]{p_2=16 \frac{kg \cdot m}{s}, t_2=8s} \left| \vec{F}_{\text{برآیند}} \right| = \frac{16 - (0)}{8 - 0} = 2N$$

$$F_{\text{برآیند}} = F - f_k \xrightarrow[f_{\text{برآیند}}=2N]{f_k=\mu_k mg=0.2 \times 2.5 \times 10=5N} F = F_{\text{برآیند}} + f_k = 2 + 5 \Rightarrow F = 7N$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mK} \Rightarrow \sqrt{12K} = \sqrt{2mK} \Rightarrow m = 6kg$$

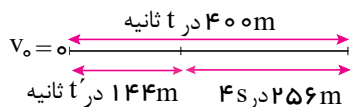
اکنون اندازه نیروی خالص متوسط را محاسبه می کنیم:

$$\bar{F}_{\text{متوسط}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{6(7-2)}{4} = 7.5N$$

۱۹ اگر طول کل مسیر را x و زمان پیمودن آن را t فرض کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} \text{اندازه جابه جایی کل} &= \frac{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}}{\frac{\frac{x}{4}}{v} + \frac{\frac{3x}{4}}{2v}} = \frac{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}}{\frac{1}{4v} + \frac{3}{8v}} = \frac{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}}{\frac{2+3}{8v}} = \frac{4x}{5v} = \frac{x \times 8v}{5x} = \frac{8}{5}v = 1.6v \\ \frac{x}{4v} + \frac{3x}{8v} &= \frac{2x + 3x}{8v} = \frac{5x}{8v} = \frac{x \times 8v}{5x} = \frac{8}{5}v = 1.6v \end{aligned}$$

۲۰ به شکل زیر نگاه کنید.



چون سرعت اولیه برابر صفر است، با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ می توانیم نسبت زیر را بنویسیم:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2$$

با توجه به شکل بالا، t' برابر « $t - 4$ » ثانیه، $\Delta x = 400m$ و $\Delta x' = 144m$ است:

$$\frac{144}{400} = \left(\frac{t-4}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{t-4}{t} \Rightarrow t = 10s, t' = 10 - 4 = 6s$$

سرعت متوسط در $144m$ اول مسیر را می خواهد:

$$v_{av[0-6]} = \frac{\Delta x'}{t'} = \frac{144}{6} \Rightarrow v_{av[0-6]} = 24 \frac{m}{s}$$